

# Revisão da fórmula de Black & Scholes

Por Hindenburg Melão Jr.

O método mais frequentemente empregado no mercado de ações para calcular o “preço justo” de um derivativo é a chamada fórmula de Black-Scholes. Trata-se de uma equação usada no mundo todo e presente em praticamente todos os softwares, livros e manuais que tratam de derivativos, além de ser usada por grandes, pequenas e médias instituições financeiras como critério para arbitrar preços. Todavia, esta fórmula parte de algumas premissas falsas, o que a torna conceitualmente inadequada, conduzindo a muitos erros graves. Tais erros acabam não sendo sentidos porque se distribuem simetricamente, causando alguns lucros e alguns prejuízos que se compensam mutuamente e o efeito final acaba sendo nulo. Esta nulidade só acontece porque a grande massa de investidores adota métodos semelhantes ou inferiores. Se houvesse uma parte significativa de investidores (ou de investidores que movimentassem uma parte significativa do capital), e que usassem uma fórmula superior, estes teriam lucro, e quem usasse a fórmula de Black & Scholes acabaria perdendo e pagando parte desse lucro.

Neste breve artigo analisaremos apenas uma das falsas premissas em que se baseia a fórmula, que é a hipótese de que o movimento dos preços é browniano. Antes de tudo, convém fazer uma rápida revisão sobre o que é o movimento browniano. Em 1827, Robert Brown publicou um artigo descrevendo o movimento observado em partículas sólidas suspensas num fluido. Em 1905, Albert Einstein mostrou como este fenômeno possibilitaria calcular a massa dos átomos ou moléculas que constituem o fluido em que as partículas sólidas estão suspensas. No caso de uma partícula suspensa em água, ela sofre colisões com as moléculas da água, cujo movimento, para todos os fins práticos, pode ser considerado aleatório. Desse modo, a partícula vai progressivamente descrevendo um movimento fortuito sobre a superfície da água. Originalmente, o movimento browniano foi observado em duas dimensões, mas nos anos seguintes foram observados sistemas análogos em 1 e 3 dimensões.

No início do século XX, Louis Bachelier observou que o mercado de ações tinha aspecto visual



muito semelhante ao movimento browniano em 1 dimensão, conforme a figura ao lado. A semelhança visual é realmente grande e impressionante, por isso é natural que uma análise superficial conduza à conclusão ingênua de que a variação de preços no mercado é descrita por movimentos brownianos. Mas uma análise mais séria revela que tal hipótese é totalmente desprovida de fundamento.

O efeito Browniano é quase totalmente aleatório. As moléculas (ou partículas) que colidem com o corpo em suspensão no líquido não

interagem “heurísticamente” nem “emotivamente” umas com as outras. Por isso elas assumem um comportamento que, para todos os fins práticos, pode ser considerado randômico. Mas no mercado os preços flutuam de acordo com ações humanas, que são parcialmente aleatórias e

parcialmente determinísticas. Quanto maior a quantidade de pessoas envolvidas, mais determinísticas se tornam as variações (assintoticamente, é claro, de modo que nunca se tornam perfeitamente determinísticas). Isso se deve a dois fatores: pessoas se comportam heurísticamente e emotivamente, e quanto maior a quantidade de pessoas, tanto mais homogêneas (maior alfa de Cronbach) são a heurística e a conduta determinada por emoção. Nesse contexto, não faz o menor sentido dizer que os preços têm movimento browniano. Aliás, se tal hipótese fosse correta, ninguém conseguiria ganhar consistentemente no curto prazo e muito menos no intraday. Mesmo se fosse considerado um caso não-idealizado de um recipiente com superfície finita, em que a partícula em suspensão estivesse muito mais próxima a uma das bordas, a interferência causada por esta proximidade (ou até mesmo somando o efeito Coriolis, que não teria equivalente no mercado), não haveria analogia satisfatória que possibilitasse sustentar a tese de que as variações de preços sejam movimentos brownianos. Ou seja, mesmo um efeito browniano assimétrico não é um modelo satisfatório para representar as flutuações de preços. Isso sem contar que o tamanho, a massa e a textura da partícula em suspensão não se alteram (pelo menos não sistematicamente) com o passar do tempo, mas os preços se alteram, e isso equivaleria a mudanças inerciais que influiriam significativamente no movimento.

Para compreender melhor a diferença, vejamos um caso mais simples de eventos predominantemente aleatórios: o lançamento de uma moeda simétrica e homogênea resulta em aproximadamente 50% de chances de que ela caia com uma das faces para cima, aproximadamente 50% de chances de que caia com a outra face para cima e uma probabilidade



muito pequena (desprezível) de que caia equilibrada na borda e permaneça equilibrada. Se a moeda for lançada 100 vezes e der 100 caras seguidas, no próximo lançamento as chances de dar novamente cara continuam sendo de 50%. Isso é uma das propriedades fundamentais de eventos aleatórios. Porém, depois de 1.000 lançamentos é esperado que cerca de 500 resultem em cara e 500 em coroa. Transportando este conceito para o movimento browniano, temos o seguinte: Num momento inicial  $t_0$  a partícula suspensa se encontra na posição A, conforme na figura ao lado. Depois de esta partícula ter sido atingida por  $n$  moléculas que a levaram a descrever a trajetória em cinza, ela acabou chegando no ponto B no instante  $t_n$ .

Podemos observar que a trajetória apresenta uma tendência central que coincide muito aproximadamente com a posição inicial da partícula (ponto A), assim como os lançamentos da moeda apresentam uma tendência central em 50%. Isso pode levar algumas pessoas a intuir INCORRETAMENTE que agora que a partícula se encontra no ponto B a probabilidade de ela ter um deslocamento  $\Delta x$  em direção ao ponto A é maior do que ter um deslocamento  $\Delta x$  em direção oposta ao ponto A. Mas isto é falso e equivaleria a supor que depois de a moeda ter sido lançada 100 vezes e resultado em tantas caras, isso afetaria as chances de o próximo lançamento ser cara. Em outras palavras, não importa o quanto a posição da partícula esteja afastada de sua posição inicial ou de sua posição média, isso não interfere na probabilidade de o próximo movimento ser aproximação ou afastamento.

Diferentemente, quando lidamos com o mercado de ações, se o preço está muito abaixo da média ou muito acima da média, este fato interfere decisivamente na direção que o preço tomará nos instantes subseqüentes. Se estiver muito abaixo da média, os investidores tendem a considerá-la barata e comprá-la, pressionando o preço para subir, e vice-versa. Esta propriedade heurística-emotiva do mercado descaracteriza completamente o movimento de flutuação de preços como sendo um movimento browniano.

Mas por quê a humanidade toda continua supondo que o movimento dos preços é browniano? Bom, aqui convém rememorar uma frase de Voltaire: *"Ainda que um milhão de pessoas diga uma*

*bobagem, continua sendo uma bobagem*". Um bom exemplo prático disso é a famosa polêmica levantada na década de 1990, sobre um *puzzle* publicado na revista Parade, na coluna de Marilyn Mach vos Savant, e na semana seguinte foi publicada a solução. O enunciado do *puzzle* é este:

### Dilema de Monty Hall

Um apresentador de um programa de TV mostra a um candidato três portas fechadas e informa que atrás de uma delas há um carro e nas outras duas há uma cabra em cada. O objetivo do candidato é escolher a porta em que está o carro. O candidato escolhe uma das portas sem abri-la. Então o apresentador, que sabe onde está o carro, abre intencionalmente uma das duas portas que não foi escolhida e que contém uma cabra. Em seguida, o apresentador pergunta ao candidato se ele quer manter sua escolha inicial ou se prefere mudar para a outra porta que permanece fechada. O que o candidato deve fazer para maximizar suas chances de ganhar o carro? Justifique sua resposta.

Depois que foi anunciada a solução, a autora da coluna recebeu mais de 10.000 cartas dizendo que sua solução estava errada. Várias destas cartas foram enviadas por altos acadêmicos com distinções nacionais e internacionais (ou seja, educadores e formadores de opiniões), muitos eram especialistas em probabilidades e autores de livros sobre o assunto, e nesses livros tratavam de problemas praticamente idênticos a este. Marilyn, que está registrada no Guinness Book de 1990 por ter o QI mais alto do mundo, não se intimidou com as críticas e manteve sua solução. Como ela se recusava a reconhecer que estava errada, as cartas começaram a se tornar mais e mais agressivas, insultando-a de todas as formas. Mesmo depois que Mitchell N. Charity, Diretor do Dep. de Pesquisa de Pessoal (Estatística) no MIT, demonstrou que a solução da Marilyn estava correta, muitos continuaram relutantes em admitir que ela tinha razão e a perseguição à ela continuou até que um psicólogo decidiu resolver o assunto com uma experiência, reproduzindo várias vezes as condições do problema e verificando os resultados, e ficou evidente que Marilyn estava certa. Isso pôs fim à celeuma. Alguns dos que a insultaram acabaram admitindo que estavam duplamente errados (pelos insultos que fizeram e pela falta de lógica em suas soluções) e se retrataram. Outros de seus detratores simplesmente desapareceram, sem dar notícias nem pedir desculpas. A história detalhada, inclusive trechos de algumas cartas, pode ser encontrada na Internet, tanto em sites sobre Matemática quanto em sites de sociedades de alto QI.

Algum tempo depois, o problema foi apresentado a Paul Ęrdos, um dos maiores matemáticos do século XX, autor de cerca de 1.500 artigos. Ęrdos também resolveu o problema incorretamente e mesmo quando lhe mostraram a solução correta, levou alguns dias até compreender que estava equivocado.

Um caso histórico bem mais famoso é do sistema geocêntrico (Terra no centro do universo, e tudo girando em torno dela), que foi adotado como verdade absoluta pela Igreja Católica durante dois milênios, e a ninguém era permitido discordar deste dogma. Quando Kepler e Galileu mostraram que, na verdade, o sistema heliocêntrico (sol no centro do universo) era mais econômico e mais exato do que o geocêntrico, foram violentamente combatidos pela Igreja, pois todos os "grandes sábios" conheciam as obras de Aristóteles e Ptolomeu, em que o universo era representado com a Terra no centro do Universo, e aquela era uma verdade aceita há 2000 anos. Além disso, os eclesiásticos sabiam que Aristarco havia proposto um modelo geocêntrico mais ou menos na mesma época de Aristóteles, e os argumentos usados por Aristarco foram considerados mais frágeis do que os usados por Aristóteles para defender o ponto de vista contrário. Sendo assim, como alguém poderia ter a pretensão de desmentir uma verdade instaurada há tantos anos? Isso era equivalente a dizer que todos os sábios que viveram nesses vinte séculos não haviam se dado conta do erro que estava sendo cometido. Aos olhos dos eclesiásticos, se a grande maioria dos especialistas acreditava naquele modelo cosmológico, não era possível que aquele modelo estivesse errado. Essa é uma visão reducionista da verdade, como se a verdade estivesse sujeita às crenças e opiniões humanas. E por incrível que pareça, vários séculos depois da Idade Média, muita gente continua pensando da mesma maneira que o clero medieval e incorrendo em numerosos erros crassos.

A Verdade não é democrática, portanto não depende da vontade da maioria do povo. Não importa se a maioria do povo pensa desta ou daquela maneira, os fatos são imanentes ao Universo e indiferentes à vontade de quem quer que seja. Os fatos também não se curvam perante as autoridades. Os fatos simplesmente são como são, e cabe às pessoas de visão desvendar como é a realidade e representá-la com fidelidade, por meio de modelos teóricos engenhosos, sustentados por argumentos consistentes e fundamentados em fatos corroborados cientificamente ou demonstrados matematicamente. Se apenas uma pessoa compreender como são os fatos, esta pessoa será brindada com a capacidade para interpretar, calcular e prever corretamente os fatos que forem inteligíveis, quantificáveis e previsíveis. Se multidões discordarem dessa pessoa, o azar é das multidões.

Algumas vezes a verdade coincide com a opinião das massas, outras vezes não. Quando não há concordância, cabe a cada um escolher se prefere estar do lado da verdade ou do lado das multidões. Geralmente, em se tratando de Matemática, Xadrez, Ciência ou Economia, é preferível estar do lado da verdade. ☺

No caso da fórmula de Black & Scholes, consiste numa interessante tentativa de representar os fatos, porém falha quando supõe que o movimento dos preços é browniano, e isso tem importantes implicações. Uma revisão adequada desta fórmula deve levar em conta a predominância de movimentos na direção da tendência central, que é nitidamente mais vigoroso do que num sistema regido por movimentos genuinamente brownianos.